

Índice

A modo de prólogo. El camino torcido	19
---------------------------------------------------	-----------

Capítulo 1

¿Qué les pasa a las matemáticas? A modo de introducción.....	25
1. La presencia matemática en el currículum escolar.....	25
2. La paradoja matemática	28
2.1. ¿Es la matemática objetivamente difícil?	28
2.2. El síndrome de ansiedad matemática.....	30
2.2.1. La situación y los hechos de partida	30
2.2.2. Las repercusiones en los alumnos.....	31
2.2.3. El síndrome de angustia ante las matemáticas.....	31
3. Pero ¿hay alternativa?	32
3.1. Es necesario que la haya... ..	32
3.2. La alternativa.....	33
4. ¿Hablamos de matemáticas o de cálculo?	36

Capítulo 2

La educación infantil. Las cosas empiezan mal.....	39
1. Introducción.....	39
2. El contenido curricular.....	41
3. Algunas aclaraciones sobre el sentido del número.....	47
3.1. ¿Qué es el sentido del número?	47
3.2. ¿Cómo se desarrolla en Infantil?	48

3.2.1.	Comprender el tamaño de los números.....	48
3.2.2.	Pensar sobre los números	50
3.2.3.	Representar los números de diferente manera	51
3.2.4.	Utilizar los números como referentes	52
3.2.5.	Extender a conjuntos mayores lo que se sabe hacer con los pequeños	52
3.2.6.	Generalizar lo que sabe el alumno a otras situaciones	52
4.	Las prácticas escolares. Crítica y alternativas.....	53
4.1.	Lo que se hace mayoritariamente en las aulas.....	53
4.2.	La introducción de los números	54
4.3.	El trabajo con los números	56
4.3.1.	Los repartos.....	56
4.3.2.	Ordenación de números	59
4.3.3.	Comparación de números.....	61
4.4.	El trabajo preparatorio para las operaciones: las transformaciones.....	65
4.4.1.	Estructuras aditivas.....	65
4.4.2.	Estructuras multiplicativas	68
5.	Pero ¿se hacen fichas o no se hacen fichas?.....	73
6.	Los niños lo saben hacer de otra manera	74
6.1.	Contar. Actividades de conteo, subitización y estimación....	74
6.1.1.	Infantil de 3 años	74
6.1.2.	Infantil de 4 años	74
6.1.3.	Infantil de 5 años	75
6.2.	Estructura de los números. Repartos, bisección, ordenación, comparación, composición y descomposición	75
6.2.1.	Infantil de 3 años	75
6.2.2.	Infantil de 4 años	75
6.2.3.	Infantil de 5 años	76
6.3.	Transformaciones de los conjuntos. Iniciación a las operaciones. Resolución de problemas	76
6.3.1.	Infantil de 3 años	76
6.3.2.	Infantil de 4 años	76
6.3.3.	Infantil de 5 años	77

Capítulo 3

La numeración	79
1. La numeración en el método tradicional	79
2. Lo que saben de la numeración los alumnos del cálculo tradicional.	81
2.1. Plano internacional	82
2.2. Currículum español	83
2.3. Contenidos de los libros de texto	83
2.4. Resultados de un estudio sobre la numeración	84
3. Carencias o escasa explotación de lo que se enseña	86
3.1. Muy serias carencias en el aprendizaje del conteo	87
3.1.1. Poca práctica en las etapas superiores del do-	
minio de la cadena numérica	87
3.1.2. Contar siguiendo un patrón periódico	89
3.1.3. La extensión de las destrezas anteriores a otros	
órdenes de magnitud	90
3.2. La introducción de la decena es un proceso tardío y poco	
comprensible	92
3.3. Clara falta de estructuración del sistema de numeración	94
3.4. No se extiende lo que se ha aprendido con las unidades sim-	
ples a otros órdenes de magnitud	96
3.5. No se trabajan las equivalencias entre los distintos órde-	
nes de magnitud	97
3.6. No se trabajan, salvo en un único sentido, las composicio-	
nes y descomposiciones de números	99
3.7. Y lo que es una consecuencia de todo lo anterior: no hay un	
enlace natural que conecte lo aprendido en la numeración	
con el comienzo y desarrollo de las operaciones y los pro-	
blemas	102
4. Insuficiente explotación de lo que se ha aprendido	103
4.1. Numeración en cualquier base	103
4.2. Números enteros	106
4.3. Iniciación a los polinomios	107
4.4. Iniciación a las sucesiones: progresiones aritméticas	109
4.4.1. Los primeros pasos	110
4.4.2. Avanzando	111
5. Los niños lo saben hacer de otra manera	111
Etapas 3, 4 y 5 del conteo	111

Contar de dos en dos, etc.....	112
Numeración en la tabla del cien.....	112
Composiciones y descomposiciones.....	113
Numeración en cualquier base.....	113
Números enteros.....	114
Polinomios.....	115
Sucesiones.....	116

Capítulo 4

Las operaciones y sus carencias.....	117
1. Introducción. Un poco de historia.....	117
2. Las virtualidades de los algoritmos tradicionales.....	118
2.1. El éxito de las cuentas de toda la vida.....	118
2.2. ¿Siguen siendo necesarios esos algoritmos? ¿En qué casos se tendrían que aplicar y en qué casos no?.....	121
2.3. Los expertos no opinan demasiado bien de los algoritmos tradicionales.....	125
3. Los graves problemas de los algoritmos de siempre y por qué tienen que ser sustituidos.....	130
3.1. Una distinción previa: cálculos y algoritmos.....	130
3.2. Primer gran problema: cálculo abierto y cálculo cerrado, algoritmos abiertos y algoritmos cerrados.....	131
3.3. Segundo gran problema: el algoritmo tradicional se presenta prescindiendo de todos los pasos previos que llevan a él.....	135
3.3.1. El punto de partida: la realidad.....	135
3.3.2. Primer nivel de abstracción: los diferentes tipos de situaciones de la sustracción.....	136
3.3.3. Segundo nivel de abstracción: los modelos formales que están a la base de los diversos tipos de sustracción.....	136
3.3.4. Tercer nivel de abstracción: la síntesis de los modelos formales.....	137
3.3.5. Cuarto nivel de abstracción: el resumen o síntesis general.....	137
3.4. Tercer gran problema: la fragmentación de los términos de las operaciones en cifras hace que se pierda por completo el sentido del número.....	137
3.5. Cuarto gran problema: al tratarse de un cálculo ciego efectuado en un formato muy abstracto, se ignoran y se pasan	

	por alto todas las operaciones (y por tanto, procesos mentales) que también tienen acogida en el formato tradicional	139
3.6.	Quinto gran problema: las técnicas de resolución de operaciones impiden que se puedan poner en relación los enunciados de los problemas con los cálculos necesarios para resolverlos	140
3.7.	Sexto gran problema: el formato de las operaciones tradicionales impide que se conviertan las mismas en heurísticos, es decir, en elementos susceptibles de ser investigados y de obtener de ellos más información de la que se ofrece...	144
4.	Los niños lo saben hacer de otra manera	147
4.1.	Algoritmos abiertos	147
4.2.	Operaciones y problemas. Operaciones como heurísticos ...	149
Capítulo 5		
El cálculo mental		151
1.	Introducción	151
1.1.	Determinación del contenido	151
1.2.	¿Para qué sirve el cálculo mental?	153
2.	El cálculo mental y el algoritmo tradicional	154
2.1.	Sumas y restas	155
2.2.	Productos y divisiones	155
2.3.	Porcentajes	156
3.	¿Por qué es tan difícil alcanzar un buen cálculo mental si se trabaja con el cálculo tradicional?	156
3.1.	La dirección del cálculo	156
3.2.	Los cálculos intermedios que hay que dominar	158
4.	Los niños lo saben hacer de otra manera	160
Capítulo 6		
Las estructuras aditivas		163
1.	La suma y la resta en el método tradicional	163
2.	Las estructuras aditivas y la conexión de los problemas con las operaciones	164
2.1.	Las estructuras aditivas	164
2.2.	Los problemas aritméticos de una operación de estructura aditiva	166

2.2.1.	Los tres errores fundamentales del cálculo tradicional que dificultan la resolución de problemas	166
2.2.2.	Un acercamiento a las dimensiones y a la comprensión de los problemas de estructura aditiva	167
3.	La mejora y la afinación en la técnica de resolución de los algoritmos..	171
3.1.	El aprendizaje de la suma. Un proceso poco pensado.....	171
3.1.1.	La llevada como criterio fundamental para establecer la secuencia de dificultades.....	171
3.1.2.	Cuidado con la propiedad conmutativa de la suma	172
3.2.	El problema de las llevadas en la resta.....	174
3.2.1.	Procedimiento de descomposición.....	174
3.2.2.	Procedimiento de compensación o cruzado.....	176
3.2.3.	El procedimiento más corriente, que se desconoce y no se enseña: las llevadas horizontales en el sustraendo.....	177
4.	El cálculo mental en las operaciones de sumar y restar	178
4.1.	La extensión de las tablas de sumar y restar a todos los OOMM.....	179
4.2.	Una forma fácil de empezar: las operaciones sin llevadas	179
4.3.	Los amigos del 10 y del 100.....	180
4.3.1.	Los amigos del diez.....	180
4.3.2.	Los amigos del cien	181
4.3.3.	El redondeo	183
4.3.4.	El uso de patrones.....	183
4.3.5.	El uso de Crecientes	184
5.	Lo que pueden llegar a hacer los niños	185

Capítulo 7

Estructuras multiplicativas (I). Resolución de problemas de una y de dos operaciones.....	187
1. La multiplicación y la división en el método tradicional.....	187
2. Las estructuras multiplicativas y la conexión de los problemas con las operaciones.....	188
2.1. Las estructuras multiplicativas.....	188

2.2.	Los problemas aritméticos de una operación de estructura multiplicativa.....	192
2.2.1.	Los tres errores fundamentales del cálculo tradicional que dificultan la resolución de problemas.....	192
2.2.2.	Un acercamiento a las dimensiones y a la comprensión de los problemas de estructura multiplicativa	193
4.	¿Y los problemas que resulten de la combinación de dos estructuras? Los problemas de dos operaciones	200
5.	Lo que pueden llegar a hacer los niños	206

Capítulo 8

Estructuras multiplicativas (II). El producto o multiplicación	209
1. La mejora y la afinación en la técnica de resolución de los algoritmos. El caso del producto	209
1.1. La tabla de multiplicar.....	209
1.1.1. El escalonamiento del aprendizaje de las tablas y el uso de la propiedad conmutativa	209
1.1.2. El uso de los dedos para los productos más difíciles	211
1.1.3. No se generaliza el conocimiento de cada una de las tablas a los distintos órdenes de magnitud	213
1.1.4. No se aprende a cómo obtener los productos de una cifra por un número de dos cifras	213
1.2. Llevadas. Propiedades del producto	214
1.2.1. Las llevadas	214
1.2.2. Las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva del producto	215
1.3. Producto con decimales.....	215
2. El cálculo mental en las operaciones de multiplicar.....	222
2.1. Patrones o ampliando el cálculo.....	222
2.1.1. Cambios en el multiplicando	223
2.1.2. Cambios en el multiplicador	224
2.1.3. Cambios en el resultado	225
2.1.4. Patrones con la unidad seguida de ceros.....	225

2.2.	Crecientes como otra forma de introducir el cálculo mental	226
2.2.1.	Creciente de mayor a menor	227
2.2.2.	Creciente de menor a mayor	228
2.3.	Redondeos partiendo de la propiedad distributiva	229
2.3.1.	Redondeo del multiplicando	229
2.3.2.	Redondeo en el multiplicando y el multiplicador. Productos de números que se acerquen mucho a la centena o a la unidad de mil	231
2.4.	Cálculos rápidos aprovechando la propiedad asociativa	233
2.4.1.	Productos de números dentro de la misma decena y cuyas unidades sumen 10	233
3.	Lo que pueden llegar a hacer los niños	234

Capítulo 9

Estructuras multiplicativas (III). La división.....	239
1. La mejora y la afinación en la técnica de resolución de los algoritmos. El caso de la división	239
1.1. La división por una cifra.....	239
1.1.1. El primer gran fallo: el escaso (o nulo) uso de los órdenes de magnitud	239
1.1.2. El cero al cociente	243
1.1.3. Las relaciones entre los términos de la división	245
1.1.4. El misterio de la llevada.....	246
1.2. La división por dos cifras.....	247
1.2.1. ¿Debe desaparecer la división por dos cifras?	247
1.2.2. La transición de la división por una cifra a la división por dos cifras.....	251
1.3. Las divisiones con decimales en el divisor	255
2. El cálculo mental en las operaciones de dividir	257
2.1. Patrones o ampliando el cálculo.....	257
2.1.1. Patrones en tablas	257
2.1.2. Patrones derivados de divisiones exactas.....	258

2.1.3.	Patrones derivados de divisiones con decimales en el dividendo y potencias de diez	259
2.1.4.	Patrones derivados de divisiones con decimales en el divisor y potencias de diez.....	260
2.2.	Los Crecientes como otra forma de introducir el cálculo mental.....	260
2.2.1.	Crecientes de menor a mayor.....	261
2.2.2.	Crecientes de mayor a menor.....	262
2.3.	Redondeos partiendo de la propiedad distributiva	263
3.	Lo que pueden llegar a hacer los niños	266

Capítulo 10

Fracciones, decimales, porcentajes	269
1. Introducción.....	269
2. Las fracciones	271
2.1. Generalidades.....	271
2.2. La fracción de una cantidad y sus variantes.....	272
2.3. El problema del denominador común.....	274
2.3.1. Algunas reflexiones a modo de introducción	274
2.3.2. El desmenuzamiento del proceso.....	275
2.4. Los problemas del producto y la división de fracciones.....	277
2.4.1. Producto de fracciones.....	278
2.4.2. División de fracciones.....	282
3. Los números decimales	284
3.1. ¿De dónde venimos?	285
3.1.1. Comparación de números decimales.....	286
3.1.2. Intercalación de números decimales.....	286
3.1.3. Influencia de los decimales en el resultado de las multiplicaciones y divisiones	286
3.1.4. Lectura de números decimales	287
3.1.5. Escritura de números a partir de sus unidades constituyentes.....	287
3.1.6. Conclusiones.....	287
3.2. Nuestro sistema monetario y los números decimales	288
3.3. Concluyendo.....	293

4.	Porcentajes	294
4.1.	Creación y uso de escalas de referencia para descubrir todos los porcentajes de una cantidad.....	295
4.2.	Cálculo mental de porcentajes.....	297
4.3.	Cambios de referentes.....	298
4.4.	Los diversos tipos de problemas de porcentajes	300
4.4.1.	Problemas simples o de búsqueda directa de alguno de los elementos de los porcentajes	300
4.4.2.	Problemas sobre porcentajes que incrementan la cantidad base o inicial.....	301
4.4.3.	Problemas sobre porcentajes que disminuyen la cantidad base	303
4.4.4.	Los porcentajes pueden facilitar la comprensión de las comparaciones	304
5.	Los niños lo saben hacer de otra manera	306
5.1.	Fracciones	306
5.2.	Decimales	307
5.2.1.	Decimales en Infantil con dinero.....	307
5.2.2.	Decimales en Primaria	308
5.3.	Porcentajes.....	312

Capítulo 11

Entre la educación primaria y la secundaria.....	315	
1.	Introducción.....	315
2.	Los números enteros	316
2.1.	Los modelos que se utilizan.....	316
2.2.	Las operaciones y la regla de los signos	318
3.	Raíces cuadradas	321
3.1.	El repudio a las raíces cuadradas.....	322
3.2.	Argumentos a favor de la raíz cuadrada	323
3.3.	El algoritmo tradicional. Los problemas para su aprendizaje.	325
3.4.	¿No se puede hacer de otra manera?	328
3.5.	Las raíces cuadradas en el método ABN.....	329
3.5.1.	Marco de referencia para las raíces cuadradas. Resolución de raíces cuadradas exactas.....	331
3.5.2.	Resolución de raíces cuadradas inexactas	332

4.	Lo que pueden llegar a hacer los niños	334
4.1.	Para empezar	334
4.2.	Resolución de raíces cuadradas exactas.....	334
4.3.	Resolución de raíces cuadradas inexactas.....	335
4.4.	Otros.....	335

Capítulo 12

Álgebra. Una propuesta de actuación	337
1. Introducción.....	337
2. Estructuración del contenido del documento	340
3. El lenguaje algebraico	341
3.1. Objetivos. Competencias a alcanzar	341
3.2. Secuencias de presentación y sugerencias metodológicas para los tres tipos de competencias.....	342
3.2.1. Representar cualquier número por una letra	342
3.2.2. Transformaciones que puede sufrir ese número, al hacerlo mayor o menor respecto a él mismo	343
3.2.3. Número desconocido y número conocido (CB).....	344
3.2.4. Operaciones con repetición del número desconocido.....	344
3.2.5. Dos números diferentes desconocidos.....	345
3.3. Modelos de preguntas para la evaluación	346
3.3.1. Conceptualización básica.....	346
3.3.2. Transformaciones que puede sufrir ese número, al hacerlo mayor o menor respecto a él mismo	346
3.3.3. Número desconocido y número conocido	347
3.3.4. Operaciones con repetición del número desconocido.....	348
3.3.5. Dos números diferentes desconocidos.....	349
4. Valor numérico de las expresiones algebraicas. Iniciación a las ecuaciones	350
4.1. Objetivos. Competencias a alcanzar	350
4.2. Secuencias de presentación y sugerencias metodológicas para los tres tipos de competencias	351
4.2.1. La incógnita es un número natural que aparece sólo en uno de los términos.....	351

4.2.2.	La incógnita es un número natural y aparece en los dos términos	353
4.2.3.	La incógnita puede ser un número entero o un número racional que aparece en los dos términos	354
4.3.	Modelos de preguntas para la evaluación	356
4.3.1.	Conceptualización básica	356
4.3.2.	Conceptualización de suficiencia.....	356
4.3.3.	Conceptualización de maestría.....	358
5.	Lo que pueden llegar a hacer los niños	358
5.1.	Operaciones con polinomios	358
5.2.	Ecuaciones	359
5.3.	Ecuaciones resueltas por estimación.....	360
5.4.	Ecuaciones manipulativas.....	360
5.5.	Sistema de ecuaciones	360
Bibliografía		361
Referencias y ayudas. Método ABN		369